4

DIE

KRÜMMUNG DER HORNHAUT

DES

MENSCHLICHEN AUGES

VON

DR. J. H. KNAPP.

HABILITATIONSSCHRIFT

ZUR ERLANGUNG DER VENIA DOCENDI IN DER MEDIZIN. FACULTÄT

DER UNIVERSITÄT HEIDELBERG.

HEIDELBERG.

ACADEMISCHE VERLAGSHANDLUNG VON J. C. B. MOHR.

1859.

Vorwort.

Den Gegenstand der nachfolgenden Abhandlung bildet einen Theil der Untersuchungen über die optischen Constanten des Auges, welche mich verflossenen Sommer im physiologischen Institute zu Heidelberg unter der Führung des Herrn Prof. Helmholtz beschäftigt haben. Ein anderer Theil: „Die Lage und Krümmung der Linsenoberflächen beim Fern- und Nahesehen", der eine Fortsetzung von diesem ist, wird im nächsten Bande von v. Gräfe's Archiv für Ophthalmologie erscheinen.

Heidelberg, 15. Nov. 1859.

Dr. J. H. Knapp.

Digitized by the Internet Archive
in 2015

https://archive.org/details/b22331785

Von den berechnenden Medien des Auges ist die Hornhaut dasjenige, welches die in's Auge einfallenden und die aus demselben ausfahrenden Lichtstrahlen am stärksten von ihrer früheren Richtung ablenkt. Da ihr Brechungsverhältniss nicht beträchtlich von dem der übrigen durchsichtigen Mittel des Auges, wohl aber von dem der Luft verschieden ist, so ist die starke Ablenkung der Strahlen durch die Hornhaut von der Krümmung der äussern Oberfläche dieser Membran bedingt. Desshalb ist es auch leicht erklärlich, dass in alter und neuer Zeit Bestimmungen der Hornhautkrümmung mit verschiedenen Zwecken und nach verschiedenen Methoden gemacht worden sind. J. L. Petit war der Erste, der sorgfältige Messungen über die Grössenverhältnisse des Augapfels anstellte und in einzelnen Abhandlungen von 1721—1730 veröffentlichte. Nach ihm beschäftigte sich Th. Young genauer mit demselben Gegenstande. Das nähere darüber finden wir mitgetheilt in seinem merkwürdigen Aufsatze: On the mechanism of the eye (Philos. Transact. 1801. p. 38 etc.), einer Abhandlung, welche den Keim von manchen neueren Untersuchungen im Gebiete der Dioptrik des Auges nicht verkennen lässt. Th. Young bestimmte den Krümmungsradius der Hornhaut, den horizontalen und verticalen Diameter der Hornhautbasis, den Abstand dieser vom Hornhautscheitel, die Entfernung der Oberfläche der Hornhaut von der Netzhaut, und wies nach, dass sich die Hornhautkrümmung bei verschiedener Accommodation nicht ändert. Wir werden

das Einschlagende bei den betreffenden Stellen ausführlicher angeben. Weitere Messungen wurden angestellt von Sömmering (1818), Tiedemann, Treviranus (1828) und C. Krause (1832 u. 36)*); da dieselben aber alle an todten Augen ausgeführt sind, und wir ihnen, auch wenn dabei mit der grössten Genauigkeit verfahren wurde, doch nur eine geringere Wichtigkeit zuschreiben können, als den Messungen am lebenden Auge, so wollen wir nur diesen letzteren unsere Aufmerksamkeit zuwenden. Nach Th. Young war Kohlrausch der Erste, der solche vornahm (Oken's Isis 1840), und, nach einer ähnlichen Methode, darauf Prof. Senff in Dorpat (Rud. Wagner's Handwörterbuch der Physiol. III. 1.). Wir werden darüber mittheilen, was davon bekannt geworden ist. Die ausführlichsten und genauesten Messungen aber wurden in der letzten Zeit von Helmholtz ausgeführt (v. Gräfe's Arch. für Ophthalmol. I, 2. 1855), und diese haben wir uns bei unserer Bestimmung der Hornhautkrümmung zum Muster genommen.

Zergliedern wir unsere Aufgabe, so finden wir, dass zur Bestimmung der Krümmung der äusseren Hornhautoberfläche (und diese wird uns allein beschäftigen) folgende Stücke nothwendig sind:

1) die Messung der Krümmungshalbmesser an verschiedenen Stellen, woraus sich dann bestimmen lässt, welcher Art von gekrümmten Flächen die Hornhautoberfläche angehört oder am nächsten kommt. Daraus und aus dem Folgenden ergibt sich
2) die Bestimmung der Lage der Hornhaut mit Bezug auf andere Theile des Auges, besonders die Gesichtslinie;
3) die Feststellung der Grösse und des Ortes der Hornhautbasis, und

*) Ausführliche Mittheilungen hierüber und Zusammenstellung der Werthe finden sich in Zehender's Dioptrik des Auges. Erlangen, 1856.

4) die Berechnung der Brennweiten der Hornhaut.

Ist es möglich dieses mit hinreichender Genauigkeit zu bestimmen, so sind, unseres Erachtens, alle Beiträge geliefert, die erforderlich sind um die Rolle, welche die Hornhautoberfläche in der Dioptrik des Auges spielt, vollständig aufzuklären.

Die Bestimmung der Krümmungsradien und der Form der Hornhautoberfläche ist von verschiedenen Seiten nach verschiedenen Methoden vorgenommen worden. J. L. Petit wandte folgendes Verfahren an: er liess eine Anzahl kleiner Metallplatten mit kreisförmigen Ausschnitten, deren Halbmesser nur wenig voneinander verschieden waren, anfertigen. Durch Probiren fand er diejenige Platte, deren Ausschnitt sich am genauesten der Hornhaut anpassen liess, und setzte den Krümmungsradius der Hornhaut dem bekannten Halbmesser des Ausschnittes dieser Platte gleich. Wiewohl diese Methode ungenau war, und zu den Messungen todte, meist gefrorene Augen benutzt wurden, so führten sie Petit doch zu dem Schlusse, dass die Hornhaut in ihrer Mitte kugelig, nach dem Rande zu aber in sehr vielen Fällen merklich abgeplattet sei.

Thomas Young mass, zur Bestimmung des Hornhauthalbmessers, an seinem eigenen Auge zuerst den vertikalen Durchmesser der Hornhautbasis, welchen er als Sehne eines Kreisbogens setzte, und darauf noch den dazu gehörigen sinus versus: den Abstand der Hornhautbasis vom Hornhautscheitel. Die Hornhautoberfläche betrachtete er dabei als das Stück eines Kugelmantels. Die Messung der Hornhautbasis machte er mit dem Zirkel und fand den horizontalen Durchmesser derselben 0,49 engl. Zoll (= 12,451 Mm), den vertikalen 0,45″ (= 11,436 Mm) gross. Ueber die Art und Weise, wie er den sin. vers. (die Hornhauthöhe) bestimmte, sagt er: „Ich betrachtete mit dem rechten Auge das Bild des linken in einem nahe an die Nase gehaltenen Spiegelchen, während das linke Auge so

abgewendet war, dass der Rand der Hornhaut als gerade Linie erschien, und verglich die Projektion der Hornhaut mit dem Bilde eines wohlgetheilten Maasstabes, der in passender Richtung hinter das linke Auge und an die linke Schläfe gehalten wurde“ (Philos. Transact. 1801, p. 38). Er fand den Abstand der Hornhautbasis vom Scheitel = 0,11″ (= 2,7945 Mm), und daraus ergab sich die Länge des Krümmungsradius der Hornhaut = 0,31″ (= 7,8783 Mm). Die letzten Werthe beziehen sich auf eine vertikale Durchschnittsebene der Hornhaut. Die Rechnung kann sehr einfach folgender Maasen geführt werden: Nennt man r (Fig. I) den Hornhautradius, b den halben Durchmesser der Hornhautbasis (AB) oder die halbe Sehne des Hornhautbogens (ADB), so ist die Hornhauthöhe d der zu b gehörige sin. vers. c sei die Entfernung der Sehne vom Centrum.

$$r^2 = b^2 + c^2$$
$$c = r - d$$
$$c^2 = r^2 - 2\,r\,d + d^2;\ \text{folglich}$$
$$r = \frac{b^2 + d^2}{2\,d}$$

Die Resultate, welche Th. Young auf diese Weise gewonnen hat, stimmen, wie wir sehen werden, sehr gut mit denen der späteren Messungen; doch muss ich gestehen, dass ich selbst durch ein ähnliches Verfahren es trotz aller Mühe zu keiner grösseren Sicherheit bringen konnte als zu sagen: die Hornhauthöhe meines Auges beträgt zwischen 2 bis 3 Mm.

Ueber die Messungen von Kohlrausch ist Folgendes bekannt: „Der, dessen Auge gemessen werden soll, sitzt auf einem sehr massiven Stuhle mit hoher Lehne. Sein Kopf wird durch eine besondere Vorrichtung gehalten, wodurch es ihm leicht wird, vollkommen ruhig zu sitzen. Er fixirt einen kleinen weissen Punkt, der auf dem Mittelpunkte des Objektivs eines auf zwei bis drei Fuss zu gebrauchenden Keppler'schen Fernrohrs angebracht ist. Das Fernrohr ist auf das Auge gerichtet und zwar so, dass

der besagte weisse Punkt in derselben Horizontalebene mit dem Mittelpunkte der Cornea liegt. In der Brennweite des Oculars sind zwei Spinnfäden parallel gespannt, welche, ohne ihren Parallelismus zu verlieren, durch Schraubenbewegung genähert werden können. Auf jeder Seite, wieder in derselben Horizontalebene, steht ein Licht, dessen Schein durch eine runde Oeffnung in einem kleinen Schirme auf das Auge fällt und von diesem reflektirt wird, so dass im Fernrohre zwei kleine Bilder der leuchtenden Punkte erscheinen. Nachdem die Spinnfäden auf diese gerichtet sind, wird an die Stelle des Auges ein wohlgetheilter Maasstab gebraeht und auf diesem die Entfernung der spiegelnden Stellen der Cornea abgelesen. Aus dieser Entfernung, aus dem Abstande des Auges von den Oeffnungen in den Lichtschirmen und den Mittelpunkten des Objectivs und endlich aus der Entfernung der letztgenannten Punkte von einander wird der Radius der Hornhaut annäherungsweise berechnet.“ Die Beobachtungsfehler wurden im schlimmsten Falle auf 0,1‴ geschätzt (mit Bezug auf die Länge des Radius), sollen aber gewöhnlich in aller Wahrscheinlichkeit 0,02‴ nicht überstiegen haben. Nach Messungen an 12 Augen betrug der Krümmungsradius der Hornhaut im Mittel 7,8896 Mm; der kleinste Werth war 7,5621 Mm und der grösste 8,1718 Mm.

Ueber die Messungen von Senff theilt Volkmann Folgendes mit: „Die zur Beobachtung bestimmte Person musste sich einem Fenster gegenübersetzen, auf dessen einer Seite zwei Streifchen schwarzes Papier befestigt waren. Die Distanz der letzteren im Spiegelbildchen der Hornhaut wurde mit einem Kometensueher beobachtet, und bei verschiedenen Stellungen des Auges mikrometrisch gemessen. An jedem Auge wurde die Messung von 7 Punkten ausgeführt, deren Winkelabstand von der optischen Axe — 25°, — 20°, — 10°, — 0°, 10°, 20°, 25° betrug, wobei sich ergab, dass in einem Abstande von 30° das Bildchen zu undeutlich zur Messung wurde. Die Berechnung ergab, dass die Form der Hornhaut eine elliptische

ist.“ Die Werthe dieser Messungen werden wir später mit den von Helmholtz und uns gefundenen zusammenstellen.

Helmholtz führte seine Messungen mit einem eigenen, nach dem Principe des Heliometers der Astronomen gebauten Instrumente, welches er Ophthalmometer nennt, aus. Die genaue Beschreibung desselben findet sich in v. Gräfe's Archiv für Ophthalmologie und in Helmholtz Phisiol. Opt. (Karsten's Encyclop. d. Physik. Bd. IX), worauf wir den verweisen müssen, der sich mit der Handhabung desselben vertraut machen will. Hier sei zum Verständniss des Folgenden nur so viel mitgetheilt, dass zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers der Hornhaut, wie bei den Kohlrausch'- und Senff'schen Messungen, das Spiegelbild der Hornhaut von einem Gegenstande von bekannter Grösse und Entfernung gemessen wurde. Die Fehler, welche bei der Methode der beiden Beobachter durch die unvermeidlichen kleinen Schwankungen des betrachteten Auges während der Einstellung entstehen mussten, werden durch das Helmholtz'sche Instrument dadurch vermieden, dass die durch eine gebrochene planparallele Glasplatte zu erzeugenden Doppelbilder des Hornhautreflexbildes sich bei den Schwankungen des Kopfes des Beobachteten zugleich und in demselben Sinne bewegen, also bei den Bewegungen des Kopfes keine Verschiebung von oder zu einander erleiden. Die Grösse des Reflexbildes wird aber aus der Grösse des Drehungswinkels der planparallelen Glasplatten berechnet. Das Ophthalmometer, welches uns Hr. Prof. Helmholtz zu unsern Untersuchungen in dem unter seiner Direktion stehenden physiologischen Institute der Heidelberger Universität zur Verfügung stellte, ist von Hrn. Meyerstein, dem berühmten Fertiger mathematisch-physikalischer Instrumente, gebaut, und entspricht in Bezug auf Genauigkeit und Leichtigkeit der Handhabung allen Anforderungen. Nachdem wir die Dicke und den Brechungsindex der planparallelen Glasplatten des

Ophthalmometers durch Messungen an einem genau abgetheilten Maasstabe (von Hrn. Meyerstein gefertigt) bestimmt hatten, nahmen wir eine nicht unbeträchtigte Anzahl von Messungen der Spiegelbilder verschiedener Glaslinsen, sowie menschlicher und thierischer Hornhäute vor, indem wir dabei als spiegelndes Objekt zwei von der Sonne beleuchtete Fenster, deren Scheiben mit weissem Postpapier beklebt waren, benutzten. Die äussersten Ränder derselben wurden so auf einander eingestellt, dass die sich berührenden Bilder der beiden Fenster als eine ununterbrochene helle Fläche erschienen, welche in ihrer Mitte weder einen dunkeln noch einen hellen Streifen zeigte, was im ersten Falle eine zu grosse, im zweiten eine zu geringe Drehung der Ophthalmometerplatten zur Ursache hat. So passend auch dieses Verfahren erscheint, so gewährte es, abgesehen von der unangenehmen Abhängigkeit vom Wetter, uns doch nicht den gewünschten Grad der Genauigkeit. Machten wir nämlich Controllmessungen derselben Glaslinse, oder desselben Auges, so wichen die daraus berechneten Krümmungsradien um mehr als $^1/_{25}$ Mm von einander ab, welches Helmholtz als die Fehlergrenze bei seinen Messungen angibt. Wir wählten daher eine andere Methode der Einstellung und zwar die Bessel'sche. Als leuchtendes Objekt, dessen Spiegelbild auf der Hornhaut entworfen und mit dem Ophthalmometer gemessen wurde, dienten drei schmale und helle cylindrische Gasflammen, deren gerade Verbindungslinie lothrecht auf der Beobachtungslinie des Ophthalmometers und in derselben Ebene mit dieser und der Gesichtslinie des beobachteten Auges war. Die eine Flamme befand sich zur Linken des Beobachters, 0,5 Mt von der Ophthalmometeraxe entfernt, die beiden andern waren rechts aufgestellt und zwar die eine in einem Abstande von 0,4 Mt, die andern von 0,6 Mt von jener Axe. Wurden nun die Ophthalmometerplatten so weit gedreht, dass das Hornhautreflexbild der linken Flamme, genau zwischen den Bildern der beiden rechten

stand, so betrug, wie leicht ersichtlich ist, die Grösse des leuchtenden Gegenstandes 1 Mt, und die Richtungslinie des Ophthalmometers war ein auf die Mitte dieses Gegenstandes errichtetes Perpendikel, an dessen anderem Ende sich in einer Entfernung von 2,12 Mt das beobachtete Auge befand. Der Kopf des Beobachteten ruhte mit dem Kinne auf einem auf- und abwärts beweglichen und in jeder Stellung fest zu schraubenden Stativ, während er zur Seite an einen ebenfalls beweglichen Körper lehnte, welcher in der geeigneten Lage festgestellt werden konnte. Auf diese Weise konnte der Beobachtete seinen Kopf hinreichend lange ruhig halten. Bewegungen waren leicht daran zu erkennen, dass die Spiegelbilder nicht mehr in der Mitte des Sehfeldes des unverrückten Ophthalmometerfernrohrs erschienen. Die Flammen erhielten ihre Gaszufuhr vermittelst Röhren von vulkanisirtem Kautschuk aus einem gemeinschaftlichen Zuleitungsrohr, und ihre Lichtstärke konnte durch einen Hahn geregelt werden. Die Beobachtungen geschahen in einem geschlossenen und verdunkelten Zimmer. Nachdem einmal die Entfernungen gemessen, die bestimmten Linien gezogen, und die nöthigen Punkte durch Oelfarbe bezeichnet, so wie seichte Gruben für die Füsse des Ophthalmometers in den unbeweglichen Tisch gemacht worden waren, liess sich die ganze Vorrichtung nach jeder Unterbrechung sehr leicht und mit wenig Zeitverlust wieder herstellen. Die cylindrischen Gasflammen lieferten ein so deutliches Hornhautbild, dass die Einstellung ohne Mühe und mit solcher Sicherheit geschehen konnte, wie sie durch eine andere Methode schwerlich erreicht werden dürfte. Zu jeder Bestimmung des Krümmungshalbmessers wurden zuerst 4 verschiedene Plattenverschiebungen vorgenommen, welche 8 Winkelablesungen, je eine an der oberen und eine andere an der unteren Scheibe des Instrumentes lieferten, und das arithmetische Mittel gezogen; darauf wurde dieses durch 8 andere Ablesungen controllirt und daraus wieder das Mittel genom-

men. Die Differenz beider Mittelwerthe betrug meistens weniger als 0,1°. 0,1° Winkelunterschied, ergibt aber bei der Berechnung des Krümmungsradius nur einen Längenunterschied von $^1/_{30}$ Mm. So nahe an einander gerückt auch diese Fehlergrenzen erscheinen, so wurde doch bei eder Bestimmung das Mittel aus 16 Ablesungen der Berechnung zu Grunde gelegt.

Um nun zu bestimmen, welche Krümmung die Durchschnittslinie einer Ebene besitzt, welche die Oberfläche der Hornhaut senkrecht schneidet — also die Krümmung des horizontalen Meridians des Auges während seinem Verlaufe auf der Cornea — wurde bei aufrechter Kopfhaltung der Krümmungsradius an drei Stellen: im Durchschnittspunkte der Gesichtslinie und 21°51′ zu beiden Seiten von derselben, gemessen. Wir wollen, theils zum leichteren Verständniss, theils um dem Leser die Mittel zur Controlle unserer Arbeit an die Hand zu geben, die Beobachtungszahlen für ein Auge (das rechte eines 14jährigen normalsichtigen Knaben) hier anführen. Um den Halbmesser in der Gesichtslinie zu bestimmen, fixirte das Auge ein in der Mündung des Ophthalmometers ausgespanntes Fadenkreuz. Die Winkelverschiebung der planparallelen Glasplatten betrug im Mittel 30°58′. Der Brechungsindex n dieser Platten war 1,5320, ihre Dicke h = 4,4105 Mm. Daraus berechnet sich die Bildgrösse E nach der Formel $E = 2h \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta}$ zu 1,8405 Mm. Der Brechungswinkel β wird bekanntlich aus dem Einfallswinkel α und dem Brechungscoëfficienten n gefunden: $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$ (In Bezug auf die vorhergehende Formel, welche die Wirkung der Ophthalmometerplatten angibt, siehe Helmholtz l. c.).

Betrachten wir nun das kleine, um die Gesichtslinie herumliegende Hornhautstück, welches das gemessene Spiegelbild entwirft, als einer Kugelfläche angehörig, so können wir bei den von uns gewählten, auf die Rechnung

Einfluss ausübenden Dimensionen mit hinlänglicher Genauigkeit den Krümmungshalbmesser gleich der doppelten Brennweite setzen. Zur Veranschaulichung diene Figur II. MN sei ein horizontaler Durchschnitt der von uns als kugelig angenommenen Hornhautstelle, welche das gemessene Spiegelbild HK erzeugt hat; GC sei der Radius R; CI = GI die Brennweite = $^1/_2$ R; AB = b die Grösse des Objektes; HK = β die des Bildes, und a = DG die Entfernung des Gegenstandes vom Auge, welche wir auch gleich DC setzen dürfen, da ein + oder — einer so kleinen Grösse wie CG = 8 Mm zu der Länge DG = 2120 Mm für das Resultat unserer Rechnung ohne Belang ist. Da β und b parallel sind, so erhalten wir

$$\frac{\beta}{b} = \frac{^1/_2 R}{a}, \text{ woraus}$$

$$R = \frac{2a\beta}{b} \text{ bestimmt ist. Setzen wir die gemessenen}$$

Werthe ein, nämlich a = 2,12 Mt, b = 1 Mt und β = 1,8405 Mm, so erhalten wir für den Krümmungsradius in der Gesichtslinie, den wir, wie Helmholtz, ϱ_0 nennen wollen, 7,8016 Mm. Daraus ist zugleich auch ersichtlich, dass die Bildgrösse den vierten Theil des Krümmungsradius nicht übersteigt, ein Verhältniss, welches die Optiker als das grösste anzunehmen pflegen, wenn die Reinheit des Bildes nicht Schaden leiden soll.

Weiter wurde nun auf gleiche Weise der Krümmungsradius ϱ_1 in einem Abstande von 21°51′ von der Gesichtslinie nach der Nasenseite zu bestimmt. Das beobachtete Auge fixirte dabei einen kleinen Gegenstand, welcher 0,85 Mt von der Richtungslinie des Ophthalmometers in der Verlängerung der Verbindungslinie der Gasflammen zur Linken des Beobachters aufgestellt war. Das Resultat ergab ϱ_1 = 8,4715 Mm. Ganz ebenso wurde der 21° 51′ von der Gesichtslinie nach der Schläfenseite zu abweichende Krümmungsradius ϱ_2 = 8,0136 Mm. gefunden, wenn das Gesichtszeichen 0,85 Mt zur Rechten des

Beobachters aufgestellt wurde. Das Gesichtszeichen darf sich, wie schon Senff bemerkt, nicht über eine gewisse Grenze von der Mittellinie entfernen, denn man sieht dann das Bild an der Skleralseite unrein und in die Breite gezogen. Der Grund davon ist wohl kein anderer, als dass die spiegelnde Stelle, welche den einen Randtheil des Bildes erzeugt, an der Uebergangsstelle der Hornhaut in die Sklera sich befindet. Wenn nun der Uebergang der Hornhaut in die Sklera auf dem Durchschnitt nicht eine Figur zeigt wie zwei sich schneidende Kreisbögen von verschiedenem Radius, so muss an dieser Uebergangsstelle eine, wahrscheinlich nur sehr schmale, Zone sein, deren Krümmungshalbmesser des Querschnitts von der Cornealseite anfangend rasch an Grösse zunehmen, bis ihre Länge unendlich, d. h. die Oberfläche dieses Rings (der gleichsam einen äusserst schmalen Cylinder vorstellt) eben geworden ist, um dann wieder ebenso rasch bis auf die Länge des Krümmungshalbmessers der Skleraloberfläche herabzufallen. Die Durchschnittslinie des Augapfels zeigt dann an dieser Stelle eine Einbiegung, welche die Verziehung des Bildes erklärt.

Da nun, wie wir gesehen haben, die an verschiedenen Stellen gemessenen Krümmungshalbmesser im horizontalen Meridiane verschieden lang sind, so geht daraus hervor, dass dieser in seinem Verlaufe auf der Hornhaut kein Kreisbogen ist, mithin die ganze Hornhaut nicht kugelförmig gekrümmt sein kann. Unter der Voraussetzung, dass ein jeder Meridian auf der Hornhaut eine regelmässige convexe Gestalt besitze, können wir mit Hülfe der Krümmungsradien ermitteln, welcher Art von Curven er angehört. Den Grund, diese als eine elliptische anzusehen, gibt Helmholtz l. c. folgendermassen an: „Wenn ich, wie Senff gethan hat, die äussere Hornhautfläche als ein Stück eines Ellipsoids betrachte, so möchte ich dies nur in dem Sinne thun, dass jedes kürzere Stück einer Curve im Allgemeinen viel näher durch einen elliptischen

als durch einen Kreisbogen ausgedrückt werden kann und bei der Hornhaut der Ausdruck ihrer Form durch ein Ellipsoid vorläufig hinreichend grosse Annäherung gibt.“ Da nun die Ellipse eine in Bezug auf ihre Axen symmetrische Figur ist, so folgt, wenn wir — der Ansicht von Senff und Helmholtz uns anschliessend — die verschiedene Länge der drei von uns gemessenen Krümmungsradien in's Auge fassen, dass die Gesichtslinie nicht durch den Scheitel der Ellipse gehen kann, denn dann müssten die zu beiden Seiten in gleichem Abstande von ihr gelegenen Krümmungsradien gleich gross sein. Weil ferner der Scheitel die stärkste Convexität der elliptischen Curve besitzt und die Krümmungsradien der einzelnen Curvenstückchen von dem Scheitel bis zum Endpunkte der kleinen Axe beständig wachsen, so ergibt sich daraus, dass die Gesichtslinie nach ϱ_1, also der Nasenseite zu, von der grossen Axe der Ellipse abweichen muss. Weiter leuchtet ein, dass der Scheitel der Ellipse, wenn mehre Krümmungsradien in derselben Durchschnittsebene als verschieden gross bestimmt worden sind, zwischen den zwei kleinsten Radien, und zwar dem kleinsten am nächsten, gelegen sein muss.*) Aus den drei gemessenen Krümmungsradien lassen sich sämmtliche Bestimmungsstücke der Ellipse, sowie die Abweichung der Gesichtslinie von der grossen Axe berechnen.

Helmholtz hat die zur Rechnung nöthigen Formeln angegeben; wir glauben übrigens keine überflüssige Arbeit zu thun, wenn wir, zum leichteren Verständniss, dieselben hier entwickeln. Die Grundgleichung, von der er ausgeht,

---

*) Fig. III dient zur Veranschaulichung dieser Verhältnisse. CA ist die Richtung der grossen Axe der elliptischen Curve MAN. ϱ_0 bedeutet den Rad. in der Gesichtslinie, ϱ_2 und ϱ_1 die Krümmungsradien gleich weit von ϱ_0 entfernter Stellen. Der grösste ϱ_1 liegt mit ϱ_0 immer auf derselben Seite der grossen Axe der Ellipse, deren Scheitel A den kleinsten Krümmungsradius ϱ besitzt.

ist die allgemeine Gleichung für den Krümmungsradius der Ellipse

$$\varrho = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\omega}^3} \quad \ldots . \text{I}$$

a bedeutet die grosse Halbaxe, ε die numerische Excentrizität, d. h. den Abstand eines der beiden Brennpunkte vom Centrum (welchen Abstand selbst man lineare Excentrizität nennt) dividirt durch die grosse Halbaxe, ω den Winkel, welchen der Krümmungsradius mit der grossen Axe bildet. Nennen wir nun in unserm Falle α den Winkel zwischen der Gesichtslinie (oder dem mit ihrer Richtung zusammenfallenden Krümmungsradius ϱ_0) und der grossen Axe, und φ den gleichen Winkel, welchen die seitlichen Krümmungsradien ϱ_1 und ϱ_2 mit der Gesichtslinie bilden, so lassen sich die drei Krümmungsradien durch folgende drei Gleichungen ausdrücken, worin nämlich das ω der allgemeinen Gleichung sich für ϱ_0 in α, für ϱ_1 in $\alpha + \varphi$ und für ϱ_2 in $\alpha - \varphi$ verwandelt:

$$\varrho_0 = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\alpha}^3} \quad \ldots . \text{Ia}$$

$$\varrho_1 = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2(\alpha+\varphi)}^3} \quad \ldots . \text{Ib}$$

$$\varrho_2 = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2(\alpha-\varphi)}^3} \quad \ldots . \text{Ic}$$

Der Winkel φ ist bekannt. Er ist, wie schon angegeben, die Abweichung der Verbindungslinie des Auges mit dem Gesichtszeichen von der Beobachtungslinie des Ophthalmometers, in deren Richtung der betreffende Krümmungsradius liegt, während mit der Richtung jener Verbindungslinie die Gesichtslinie selbst zusammenfällt. Für den Fall, wo das Fadenkreuz des Ophthalmometers fixirt wurde, ist $\varphi = 0$.

Aus jenen drei Gleichungen lassen sich nun auch die drei in ihnen vorkommenden Unbekannten bestimmen. Er-

hebt man die beiden ersten Gleichungen auf die zweite Potenz und zieht zugleich die dritte Wurzel aus, so erhält man:

$$\varrho_0^{2/3} = \frac{a^{2/3}(1-\varepsilon^2)^{2/3}}{1-\varepsilon^2\sin^2\alpha}$$

$$\varrho_1^{2/3} = \frac{a^{2/3}(1-\varepsilon^2)^{2/3}}{1-\varepsilon^2\sin^2(\alpha+\varphi)}.$$ Daraus folgt

$$\varrho_0^{2/3} - \varrho_0^{2/3}\varepsilon^2\sin^2\alpha = \varrho_1^{2/3} - \varrho_1^{2/3}\varepsilon^2\sin^2(\alpha+\varphi);$$

$$\varrho_0^{2/3} - \varrho_1^{2/3} = \varepsilon^2[\varrho_0^{2/3}\sin^2\alpha - \varrho_1^{2/3}\sin^2(\alpha+\varphi)];$$

IIa . . $$\varepsilon^2 = \frac{\varrho_0^{2/3} - \varrho_1^{2/3}}{\varrho_0^{2/3}\sin^2\alpha - \varrho_1^{2/3}\sin^2(\alpha+\varphi)}.$$

Behandelt man die erste und dritte jener Gleichungen auf dieselbe Art, so erhält man

IIb . . $$\varepsilon^2 = \frac{\varrho_0^{2/3} - \varrho_2^{2/3}}{\varrho_0^{2/3}\sin^2\alpha - \varrho_2^{2/3}\sin^2(\alpha-\varphi)}$$

Aus diesen beiden Gleichungen lässt sich nun durch Gleichsetzung der rechten Seiten α bestimmen. Die Ableitung kann auf folgende Art geschehen:

$$(\varrho_0^{2/3} - \varrho_1^{2/3})[\varrho_0^{2/3}\sin^2\alpha - \varrho_2^{2/3}\sin^2(\alpha-\varphi)] = (\varrho_0^{2/3} - \varrho_2^{2/3})$$
$$[\varrho_0^{2/3}\sin^2\alpha - \varrho_1^{2/3}\sin^2(\alpha+\varphi);$$

$$\varrho_0^{4/3}\sin^2\alpha - (\varrho_0\varrho_1)^{2/3}\sin^2\alpha - (\varrho_0\varrho_2)^{2/3}\sin^2(\alpha-\varphi) +$$
$$(\varrho_1\varrho_2)^{2/3}\sin^2(\alpha-\varphi) = \varrho_0^{4/3}\sin^2\alpha - (\varrho_0\varrho_2)^{2/3}\sin^2\alpha -$$
$$(\varrho_0\varrho_1)^{2/3}\sin^2(\alpha+\varphi) + (\varrho_1\varrho_2)^{2/3}\sin^2(\alpha+\varphi).$$

Setzen wir, um abzukürzen,

$$(\varrho_0\varrho_1)^{2/3} = a,\ (\varrho_0\varrho_2)^{2/3} = b,\ \text{und}\ (\varrho_1\varrho_2)^{2/3} = c,$$

so erhalten wir

$$b\sin^2\alpha - a\sin^2\alpha = b\sin^2(\alpha - \varphi) + c\sin^2(\alpha + \varphi) - c\sin^2(\alpha - \varphi) - a\sin^2(\alpha + \varphi).$$

Daraus entsteht

$$c[\sin^2(\alpha + \varphi) - \sin^2(\alpha - \varphi)] = b[\sin^2\alpha - \sin^2(\alpha - \varphi)] + a[\sin^2(\alpha + \varphi) - \sin^2\alpha].$$

Wenden wir darauf die allgemeine trigonometrische Gleichung an, in welcher die Differenz der Quadrate der sinus zweier Winkel ausgedrückt wird, durch die sinus dieser Winkel, nämlich

$\sin^2 m - \sin^2 p = \sin(m + p)\sin(m - p)$, indem wir bei der Differenz links vom Gleichheitszeichen unserer letzten Gleichung $a + \varphi = m$ und $(\alpha - \varphi) = p$ setzen, ferner ebenso bei der ersten Differenz auf der rechten Seite $\alpha = m$ und $\alpha - \varphi = p$, aber bei der zweiten Differenz dieser Seite $\alpha + \varphi = m$ und $\alpha = p$ annehmen, so erhalten wir

$$c\sin 2\alpha \sin 2\varphi = b\sin(2\alpha - \varphi)\sin\varphi + a\sin(2\alpha + \varphi)\sin\varphi.$$

Da nun $2\sin\varphi = 2\sin\varphi\cos\varphi$, so erhalten wir, wenn wir zugleich mit $\sin\varphi$ dividiren,

$2c\sin 2\alpha\cos\varphi = b\sin(2\alpha - \varphi) + a\sin(2\alpha + \varphi)$. Die Auflösung der rechten Seite ergibt

$$= b(\sin 2\alpha\cos\varphi - \cos 2\alpha\sin\varphi) + a(\sin 2\alpha\cos\varphi + \cos 2\alpha\sin\varphi) \text{ oder}$$

$$2c\sin 2\alpha\cos\varphi = (b + a)\sin 2\alpha\cos\varphi + (a - b)\cos 2\alpha\sin\varphi.$$

Dividiren wir nun mit $\cos 2\alpha\cos\varphi$, so erhalten wir

$$2c\,\mathrm{tang}\,2\alpha = (a + b)\,\mathrm{tg}\,2\alpha + (a - b)\,\mathrm{tg}\,\varphi \text{ oder}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi(b - a) = (a + b - 2c)\,\mathrm{tg}\,2\alpha.$$

Setzen wir darauf für a, b und c ihre ursprünglichen Werthe ein, so ergibt sich

$$\mathrm{tg}\,2\alpha = \frac{\mathrm{tg}\,\varphi\left[(\varrho_0\varrho_2)^{2/3} - (\varrho_0\varrho_1)^{2/3}\right]}{(\varrho_0\varrho_1)^{2/3} + (\varrho_0\varrho_2)^{2/3} - 2(\varrho_1\varrho_2)^{2/3}} \quad \cdots \text{III}$$

Die Werthe der Krümmungsradien sind schon angegeben; der Winkel φ beträgt $21^0 51'$. Die Rechnung nach

dieser Gleichung ergibt in dem von uns angegebenen Falle $\measuredangle \alpha = 5^0 41'$ als Abweichung der Gesichtslinie von der grossen Axe der horizontalen Hornhautellipse, und zwar weicht die Gesichtlinie nach der Nasenseite zu ab, weil, wie wir gesehen, auf dieser Seite der grösste Krümmungsradius liegt.

Durch Einsetzung des Werthes von α finden wir mittelst einer der Gleichungen IIa oder IIb das Quadrat der numerischen Excentrizität

$$\varepsilon^2 = 0{,}26148.$$

Durch Einsetzung dieses Werthes in eine der Gleichungen Ia, Ib, Ic, ergibt die Rechnung für die halbe grosse Axe $a = 10{,}523$ Mm.

Da in einer Ellipse der Radius vector, welcher einen der Brennpunkte mit dem Endpunkte der kleinen Axe verbindet, gleich der halben grossen Axe ist, so ist es leicht, aus den uns nun bekannten Stücken die Formeln zur Berechnung der kleinen Halbaxe und der linearen Excentrizität abzuleiten. Letztere, welche wir mit c bezeichnen, ist, wie aus der Definition der numerischen Excentrizität hervorgeht, gleich dem Produkte dieser mit der grossen Halbaxe, daher

IV. . . . . $c = a\varepsilon$

Die Formel für die kleine Halbaxe b entwickelt sich einfach, wie folgt:

$$b^2 = a^2 - c^2$$
$$c^2 = a^2\varepsilon^2, \quad \text{also}$$

V. . . . . $b = a\sqrt{1 - \varepsilon^2}$

Durch die Rechnung finden wir

$$b = 9{,}0431 \text{ Mm und } c = 5{,}3809 \text{ Mm.}$$

Bei der Bestimmung des Krümmungsradius im Scheitel der Ellipse gehen wir von der Gleichung (I) für den Krümmungsradius einer Ellipse aus:

$$\varrho = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2 \sin^2 \omega)^3}}$$

Der Winkel ω, welcher mit Bezug auf die elliptische Curve die Abweichung des Krümmungsradius von der grossen Axe angibt, wird hier $= 0$, weil der Krümmungsradius im Scheitel mit der grossen Axe zusammenfällt. Also wird der Ausdruck $\varepsilon^2 \sin^2 \omega = 0$, und der Nenner des Quotienten wird 1. Daher die Gleichung:

$$\varrho = a(1 - \varepsilon^2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{VIa}$$

Dieser kann man durch Einsetzung von $\varepsilon = \frac{c}{a}$ eine etwas einfachere Form geben

$\varrho = a - \frac{a c^2}{a^2} = \frac{a^2 - c^2}{a}$. Nun ist aber $a^2 - c^2 = b^2$. Daher erhalten wir

$$\varrho = \frac{b^2}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{VIb}$$

Nach einer dieser Formeln berechnet sich der Krümmungsradius im Scheitel der Ellipse zu 7,8450 Mm.

Damit haben wir alle Theile, welche die Form der Ellipse bestimmen, angegeben. Wenn man aber daraus den Schluss zieht, dass die Hornhautoberfläche im Ganzen ein Stück eines Rotationsellipsoids sei, so geht man von der Voraussetzung aus, dass die übrigen Meridiane in ihrem Verlaufe auf der Hornhaut mit dem horizontalen gleiche Krümmung besitzen. Senff hat, allerdings nur für ein Auge, gefunden, dass dieses nicht der Fall ist. Die Angaben über sein Verfahren sind leider so kurz, dass eine Controlle desselben nicht möglich ist. Wir nahmen desshalb ganz in derselben Weise, wie wir die horizontale Hornhautellipse bestimmt hatten, Messungen für die verticale vor (wenn man uns diese bequemen Ausdrücke für die Bezeichnung der elliptischen Krümmung der Durchschnittslinien, welche horizontal und vertical durch die äussere Oberfläche der Hornhaut gelegte Ebenen mit dieser erzeugen, erlauben will). Der Kopf des Beobachteten nahm eine horizontale, anstatt einer aufrechten Stellung an, so dass die Mittellinie des Antlitzes sich mit der Rich-

tungslinie des Ophthalmometers und der Verbindungslinie der Flammen in einer Ebene befand.

Auf diese Art wurden die horizontale und verticale Hornhautellipse von 5 Augen bestimmt. Bemerken müssen wir noch, dass der Winkel φ nur zur Messung einer Ellipse constant angenommen wurde. Er schwankte zwischen $21^0 51'$ und $23^0 46'$. Wir geben dies nicht genauer an, da wir nicht glauben, es werde sich Jemand die fruchtlose Mühe nehmen, die etwas weitläufigen Rechnungen zu wiederholen.

Wir wollen nun die erhaltenen Werthe tabellarisch zusammenstellen, indem wir diejenigen von Senff und Helmholtz vorausgehen lassen. Vorausschicken müssen wir, dass ϱ_0 immer den Radius in der Gesichtslinie bedeutet, ϱ_1 den grössten der drei bestimmten Radien, welcher bei der horizontalen Ellipse immer auf der Nasenseite, bei der vertikalen dagegen bald über, bald unter dem Scheitel liegt, was man daran erkennen kann, dass in letzterem Fall ein negatives α, d. h. eine Abweichung der Gesichtslinie nach unten vom Scheitel, entsteht.

Beobachteter	Durchschnittsebene	ϱ_0	ϱ_2	ϱ_1	ϱ	ε^2	c	a	b	α	Beobachter
	Horizontal				7,794	0,2531		10,435	9,019	$2^0\,54'$	
	Vertikal				7,796	0,1753		9,452	8,583	$3^0\,36'$	Senff
	„				7,746	0,4492		11,243	8,344	$1^0\,36'$	
B. P.	Horizontai				7,646	0,2430		10,100	8,788	$6^0\,43'$	
O. H.	„				7,338	0,4367		13,027	9,777	$4^0\,19'$	Helmholtz
J. H.	„				8,154	0,3037		11,711	9,772	$7^0\,35'$	
Joh. Somm. 14 Jahre	„	7,8016	8,0136	8,4715	7,7705	0,2615	5,3809	10,523	9,0431	$5^0\,41'$	
Normalsichtlg.	Vertikal	7,9068	8,3028	8,7324	7,8540	0,3167	6,4691	11,495	9,5015	$-4^0\,2'$	
Heinr. Somm. 15 Jahre	Horizontal	8,0668	8,2802	8,8148	8,0303	0,2616	5,5615	10,875	9,3448	$6^0\,5'$	
Normalsichtig.	Vertikal	8,2572	8,6929	8,7856	8,2555	0,2895	6,2450	11,629	9,7940	$1^0\,4'$	
Ferd. Schm. 24 Jahre.	Horizontal	7,2305	7,2311	7,6151	7,1653	0,1670	3,5155	8,6021	7,8508	$10^0\,55'$	
Normalsichtig.	Vertikal	7,3849	7,3491	7,4333	7,2705	0,0396	1,5079	7,5708	7,4191	$-14^0\,52'$	Knapp
Herm. Schil. 22 Jahre	Horizontal	7,2183	7,5270	7,8270	7,2053	0,2890	5,4476	10,134	8,5450	$3^0\,41'$	
Kurzsichtig.	Vertikal	7,0785	7,6818	7,7998	7,0772	0,3784	7,0028	11,385	8,7719	$-1^0\,0'$	
Henriette Sit. 10 Jahre	Horizontal	7,7407	7,9400	8,8148	7,5204	0,4105	8,1795	12,763	9,7970	$7^0\,27'$	
Normalsichtig.	Vertikal	7,7121	7,8808	8,1858	7,6110	0,1817	3,9642	9,301	8,8134	$5^0\,29'$	
Mittelwerthe aus 9 Beobachtungen	Horizontal	aus 5 B. 7,6116			7,625	0,2918		10,908	9,1052	aus 8 B. $5^0\,33'$	
Mittelwerthe aus 7 Beobachtungen	Vertikal	aus 5 B. 7,6679			7,659	0,2602		10,297	8,7467	aus 6 B. $+1^0\,7'$	
Mittelwerthe aus 16 Beobachtungen	9 Horiz. + 7 Vert.	aus 10 B. 7,6397			7,642	0,2760		10,602	8,9259		

Betrachten wir diese Tabelle genauer, so müssen vor Allem bedenken, dass die unter ϱ zusammengestellten Krümmungsradien des Scheitels bei ein und demselben Auge nicht die Radien derselben Hornhautstelle sind, sondern in dem einen Falle die grösste Convexität des durch die Gesichtslinie gehenden horizontalen Meridians, im andern dagegen die stärkste Wölbung des gleichfalls durch die Gesichtslinie gelegten verticalen Meridians anzeigen, also blos die Scheitel dieser auf der Hornhautoberfläche elliptisch gekrümmten Meridiane angeben. Da nun aber die Excentrizität der horizontalen Ellipse immer von der der verticalen verschieden ist, und wir auch nicht voraussetzen dürfen, dass sie in Durchschnitten, welche den gemessenen parallel laufen, der des horizontalen und verticalen Meridians gleich sei, so können wir nach den bis jetzt vorgenommenen Messungen den eigentlichen Hornhautscheitel nicht anders als durch Construktion bestimmen. Zu dem Ende müssen wir uns die Winkelabweichung der Gesichtslinie von den Scheiteln in lineare Grössen übertragen.

Benutzen wir bei dieser Rechnung den Krümmungsradius in der Gesichtslinie und setzen, bei der Kleinheit der in Frage kommenden Winkel, den Bogen für den Sinus, so finden wir die lineare Abweichung x der Gesichtslinie vom Scheitel gleich $\varrho_0 \sin \alpha$. Rechnen wir dieses bei der zuletzt eingetragenen Hornhaut aus, da unter gewöhnlichen Verhältnissen diese uns zugleich das Maximum der Abweichung zeigt, so erhalten wir im Horizontalschnitte $x = 1{,}0037$ Mm, und im Verticalschnitte $x = 0{,}7360$ Mm.

Figur IV wird diese Verhältnisse in vierfacher Vergrösserung veranschaulichen. Der grössere Krcis ist mit dem halben horizontalen Diameter der Hornhautbasis beschrieben, der kleinere mit dem halben vertikalen. Die Figur stellt die Hornhaut des rechten Auges von Hr. S. dar, a die Nasenseite, d den obern Rand, g den Durchschnittspunkt der Gesichtslinie auf der äussern Hornhautoberfläche, ab den Verlauf des horizontalen Meridians auf

der Hornhaut, d e den des verticalen, h und v die Scheitel ihrer Krümmung. Nehmen wir, gestützt auf die neueren Untersuchungen über die Bewegung des Augapfels, an, dass dieser bei dem Gange der Gesichtslinie in der horizontalen und verticalen Meridianebene keinerlei Drehung um seine Längsaxe erleidet, so gibt uns der Durchschnittspunkt zweier durch h und v gezogener Linien, welche zugleich mit den durch diese Punkte gehenden Meridiancurven parallel laufen, den eigentlichen Scheitel c der äusseren Hornhautoberfläche an. Er liegt also in dem betrachteten Auge 1,0037 Mm nach aussen und 0,7369 Mm nach unten von der Gesichtslinie. Die Krümmungsradien dieses Scheitels zu berechnen, ist aus dem Vorhergehenden wegen der zu sehr schwankenden Excentrizität nicht möglich. Sie liessen sich, wenn Einmal die Abweichung der Gesichtslinie bekannt ist, direkt messen; indessen ist ihre Kenntniss von viel untergeordneterer Bedeutung, als die der Krümmungsradien in der Gesichtslinie. Es ist aber von Wichtigkeit, die Lage dieses Scheitelpunktes zu wissen, weil er das vordere Ende der Hornhautaxe ist, die indessen nicht genau mit der Augenaxe zusammenfällt. Gehen wir von diesem Punkte aus und betrachten dann die Lage der Gesichtslinie, so finden wir, dass ihr Durchschnittspunkt auf der Hornhaut in den 6 Augen, bei welchen horizontale und vertikale Messungen ausgeführt worden sind, 3 Mal in den obern-innern, und 3 Mal in den untern-innern Quadranten fällt. Nehmen wir dazu noch die horizontalen Messungen von Helmholtz, so ergibt sich als das Resultat sämmtlicher bis jetzt bekannter Beobachtungen, dass die Gesichtslinie constant nach innen, und zwar bald nach innen-oben, bald nach innen-unten von dem vorderen Pole der Hornhautaxe abweicht.

In unserer Tabelle zeigt ein Auge, das des Ferd. Sch., eine auffallend starke Abweichung der Gesichtslinie nach innen-unten. Dabei ist aber zu bemerken, dass die Horn-

haut dieses Auges auch eine auffallend geringe Excentrizität besitzt und namentlich im Vertikalschnitte fast sphärisch gekrümmt ist. Die Fehler bei der Bestimmung von α müssen daher hier unverhältnissmässig hervortreten, wesshalb wir auch bei der Berechnung des Mittelwerthes von α diese Beobachtung unberücksichtigt lassen mussten. Dieser Mittelwerth zeigt nun die Lage der Gesichtslinie $5^0 33'$ nach innen und $1^0 7'$ nach oben vom Hornhautscheitel. Damit ist auch die Lage der Hornhautaxe bestimmt und wir wollen den Ort ihres vorderen und hinteren Endes aus diesem Mittelwerthe berechnen. Die Lage ihres vorderen Endes, auf dieselbe Weise wie pag. 35 aus den Mittelwerthen berechnet, ist 0,7392 Mm nach aussen und 0,14854 Mm nach unten vom Durchschnittspunkt der Gesichtslinie auf der Hornhautoberfläche. Der hintere Theil der Gesichtslinie bildet mit der Hornhautaxe denselben Winkel wie der vordere. Als Scheitel desselben ist der hintere Knotenpunkt anzusehen. Da nun der Abstand desselben von der Retina am lebenden Auge nicht wohl zu bestimmen ist, so sind wir gezwungen, den Werth dafür aus Listings schematischem Auge der Rechnung zu Grunde zu legen. Er beträgt 14,858 Mm. Daraus ergibt sich die Lage des hinteren Poles der Hornhautaxe 1,437 Mm nach innen und 0,2956 Mm nach oben von der Netzhautgrube, dem hinteren Ende der Gesichtslinie.

Aus der aufgestellten Tabelle geht weiter hervor, dass unter den Bestimmungsstücken des Hornhautellipsoides die Krümmungsradien im Scheitel (Helmholtz) und in der Gesichtslinie bei verschiedenen Individuen am wenigsten veränderlich sind, während die Excentrizität bedeutende Schwankungen zeigt. Die Mittelwerthe der Krümmungshalbmesser in der Gesichtslinie sind denen des Scheitels nahezu gleich. Die Differenz des grössten und kleinsten ist 1,1787 Mm; also beträgt die Schwankung bei verschiedenen Individuen $^1/_7$ der ganzen Länge des Krüm-

mungsradius im Scheitel oder in der Gesichtslinie. Ferner zeigt sich, dass in keinem Falle die Krümmung des horizontalen Meridians mit der des vertikalen übereinstimmt. Welchen Einfluss die Unterschiede der Krümmungsradien und der Excentrizität sowohl bei demselben als auch bei verschiedenen Augen auf die Gestalt der Hornhautkrümmung ausüben, werden wir am deutlichsten darstellen, wenn wir die vervollständigten Ellipsen einiger der gemessenen Hornhäute zeichnen. Wir wählen dazu die am meisten kugelförmige Hornhaut des Ferd. Schm. (Fig. V), dann die der Hr. S. (Fig. VI), welche die grösste Verschiedenheit in der Excentrizität zeigt, und construiren dann eine mittlere Ellipse (Fig. VII) aus den gefundenen Mittelwerthen. A bedeutet jedesmal die horizontale und B die vertikale Ellipse. F und F' sind die Brennpunkte, mn die Durchschnittslinie der Hornhautbasis. Suchen wir danach zu bestimmen, welche Form die ganze Hornhautoberfläche besitzt, so finden wir, dass sie genau genommen keinem der bekannten geometrischen Körper entspricht. Einem Rotationsellipsoid kann sie nicht angehören, weil die verschiedenen Durchschnitte ungleiche Excentrizität haben, ebensowenig einem allgemeinen Ellipsoid, oder einem bestimmten 3axigen Körper überhaupt (wie Zehender aus der Senff'schen Messung schliesst), weil die beiden gemessenen Durchschnitte nicht nur zwei verschiedene kleine, sondern auch zwei noch verschiedenere grosse Axen zeigen, deren Richtung so wenig von einander abweicht, dass sie für ein Ellipsoid nahezu gleich sein müssten. Wenn sich nun auch die beiden elliptischen Durchschnitte nicht zu einem wirklichen Körper vereinigen lassen, so scheint aus dem Vorhergehenden doch wenigstens der Schluss gemacht werden zu können, dass die Hornhautoberfläche einen centralen Scheitel und eine solche Krümmung besitzt, dass alle Durchschnittslinien derselben elliptische Curven darstellen. Prüfen wir aber die Thatsachen genauer, so ergibt sich, dass wir zu dem letzten

Schlusse auch noch nicht vollständig berechtigt sind. Wir haben die Krümmungsradien eines Meridians an 3 Stellen in verschiedener Entfernung vom Scheitel gemessen und gefunden, dass sie ungleich sind und nach der Hornhautmitte zu abnehmen. Daraus folgt streng genommen nicht einmal, dass die Curve symmetrisch, noch viel weniger dass sie elliptisch sei. Um die Symmetrie darzuthun, hätten wir die Krümmungsradien symmetrischer Stellen gleich finden müssen. Dieses zu untersuchen ist jedoch erst jetzt möglich geworden, nachdem wir, gestützt auf unsere Annahme, den Scheitel gefunden haben.

Wir massen daher nun an drei der genannten Augen Krümmungsradien in gleichem Abstande vom Scheitel. Solche Stellen spiegeln zu lassen, konnte einfach auf folgende Weise geschehen. Nachdem einmal die Abweichung der Gesichtslinie von der Hornhautaxe bestimmt war, konnte man das Gesichtszeichen so stellen, dass sowohl der Scheitel selbst, als auch jeder in beliebiger Entfernung von demselben gelegene Punkt der direkten Messung zugänglich wurde. Wir bezeichneten uns daher den Durchschnittspunkt der Gesichtslinie mit der Verbindungslinie der Flammen. Rückten wir nun das Gesichtszeichen gleich weit nach rechts und links von diesem Durchschnittspunkte ab, so liessen sich die Krümmungsradien symmetrischer Stellen direkt messen. Die von uns so gemessenen Stellen waren $13^0\ 16'$ von der Axe horizontal entfernt. Das Resultat war, dass diese bestimmten Krümmungsradien symmetrischer Stellen eine Grössendifferenz zeigten, welche bei einem Auge innerhalb der Fehlergrenzen der Messung (0,04 Mm) lag, bei dem zweiten und dritten dieselben um ein Geringes überschritt, indem der Unterschied in dem einem Falle 0,07 und in dem andern 0,112 Mm betrug. Daraus ergibt sich, dass die Symmetrie der Curve eine ziemlich vollkommene ist.

Da nun die Ellipse nur eine besondere Art symmetrischer Curven ist, so bleibt noch zu unterscheiden, in wie weit den

Hornhautmeridanen neben der Symmetrie auch die Eigenschaften der Elipse zukommen. Wir massen zu dem Ende noch die Krümmungsradien im Scheidel dieser letzten Fälle, so dass mir also an jedem Auge ausser den genannten drei Krümmungsradien, aus denen wir die Elliptizität bestimmt hatten, noch drei andere direkt gemessene besassen. Indem wir nun auch diese letzten durch Rechnung aus der bereits gefunden Ellipsengleichung bestimmten, fanden wir die Differenz zwischen den berechneten und direkt gemessenen Werthen. Diese betrug im Mittel aus 8 Beobachtungen 0,120 Mm, bei einer grössten Differenz von 0,2639 Mm und einer kleinsten von 0,0394 Mm. Daraus geht hervor, dass die Krümmung der einzelnen Meridiane einer elliptischen so nahe kommt, dass die wirklichen Radien von den nach der Ellipsengleichung berechneten im Mittel um $^1/_{70}$ ihre Länge verschieden sind. Als Endergebniss können wir daher folgenden Satz aufstellen: **Die Krümmung der äussern Hornhautoberfläche ist der Art, dass die einzelnen durch einen central gelegenen Scheitel gehenden Meridiane fast symmetrische und nahehin elliptische Curven darstellen, wobei aber ihre Excentrizität bedeutend variirt.**

Die Art und Weise, wie wir die Lage der Hornhautbasis mit Bezug auf die Augenaxe und die Gesichtslinie bestimmten, unterscheidet sich von der Helmholtz'schen nicht wesentlich. Anstatt eines Spiegelchens, welches dicht unter der Oeffnung des Ophthalmometers befestigt war und eine Lichtflamme auf die Hornhaut warf, gebrauchten wir eine cylindrische Gasflamme, welche von einem nur 1″ hohen Brenner mit breiter Basis ausging. Dieser wurde geradezu auf das 2 Mt vom Auge entfernte Ophthalmometer gestellt, so dass die Flamme senkrecht über der Richtungslinie des Fernrohrs stand. Zur Seite des Ophthalmometers war das Gesichtszeichen, welches so lange verschoben wurde, bis das Doppelbild der Flamme beide Hornhautränder deckte. Die reflektirende Stelle war dann die Mitte

der Hornhaut. Das Perpendikel vom Gesichtszeichen auf die Richtungslinie des Ophthalmometers und die Entfernung des Auges vom Fusspunkte dieses Perpendikels wurden gemessen, was die Tangente des Winkels ergab, welchen die Gesichtslinie mit dem Krümmungsradius der Hornhautmitte bildet. Wir wollen die von uns erhaltenen Werthe mit den Helmholtz'schen zusammenstellen; α sei der Winkel, welchen die grossen Axe der horizontalen Ellipse, und α_1 derjenige, welchen der Krümmungsradius der Hornhautmitte mit der Gesichtslinie bildet. Die Gesichtslinie liegt dabei constant auf der Nasenseite.

Beobachter	α	α_1	Differenz
Helmholtz	4° 19′	4° 51′	+ 32′
„	6° 43′	6° 21′	— 22′
„	7° 35′	7° 9′	— 24′
Knapp	5° 41′	5° 7′	+ 34′
„	6° 5′	6° 12′	— 7′
„	[10° 55′	6° 44′	+4°11′]
„	3° 41′	4° 1′	+ 40′
„	7° 27′	5° 52′	+1°35′
	Mittlere Diff.		36′

Die Differenz beider Winkel ist demnach nur in einem Falle bedeutend, nämlich 4° 11′, was einem Bogen von 0,7443 Mm entspricht. Diesen Fall aber müssen wir wieder ausser Acht lassen, da wegen der annähernd sphärischen Krümmung dieser Hornhaut, die Bestimmung wie wir bereits oben bemerkt haben, zu unsicher ist. Die mittlere Differenz gibt einen Hornhautbogen von 0,076 Mm = $^1/_{13}$ Mm. Bei dieser Kleinheit der Entfernung des Scheitels vom Mittelpunkte der Hornhaut, können wir getrost mit Helmholtz annehmen, dass beide als zusammenfallend anzusehen seien.

Ueberdiess fällt der Mittelwerth, welchen wir für die Dif-

ferenz von α und α_1 gefunden haben, innerhalb der Fehlergrenzen bei der Bestimmung von α, indem die Einstellung des von der Hornhautmitte entstehenden Doppelbildes auf den Hornhautrand keine sehr genaue ist. Dieses hat seinen Grund darin, dass die Hornhautgrenze am limbus conjunctivae keine scharf gezeichnete Linie darstellt. Interessant ist es zu erfahren, dass schon Th. Young die Abweichung der Gesichtslinie von der Hornhautmitte an seinem eigenen Auge constatirt hat. Er sagt darüber Folgendes: „Wenn das Auge gegen sein Spiegelbild gerichtet ist, so ist die Projektion des Skleralrandes (der Abstand des grössten Parallelkreises seines sehr prominenten Auges) vom Hornhautrande 0,22″ (Engl.) gegen den äusseren Augenwinkel zu, und 0,27″ gegen den innern, so dass die Hornhaut eine Excentrizität von $^1/_{40}$″ mit Bezug auf den zur Gesichtsaxe senkrechten Durchschnitt des Auges besitzt“ (Philos. Transact. 1801. p. 39). Dieses heisst nichts Anderes als dass der Durchschnittspunkt der Gesichtslinie mit der Hornhautoberfläche $^1/_{40}$″ (Engl.) (d. i. 0,6343 Mm = arc. ang. 4° 46′) vom Hornhautmittelpunkt entfernt liegt, welches mit den oben angeführten Werthen sehr gut stimmt.

Der Winkel, um welchen die Ophthalmometerplatten gedreht werden mussten, damit das vom Hornhautcentrum gespiegelte Licht durch Verdoppelung auf diametral gegenüberliegende Stellen des Hornhautrandes eingestellt wurde, kann zugleich zur Bestimmung des Durchmessers der Hornhautbasis (der Hornhautsehne der älteren Autoren) dienen, indem seine halbe Länge durch denselben gemessen wird. Da der Mittelpunkt der Cornea mit dem Scheitel der horizontalen Ellipse zusammenfällt und die Endpunkte des Durchmessers der Basis vom Mittelpunkt, also auch vom Scheitel, gleich weit entfernt sind, so folgt daraus, dass der Diameter der Hornhautbasis senkrecht auf der grossen Axe der horizontalen Ellipse stehe. Betrachten wir nun die beiden Axen der Hornhautellipse als die Coordinatenaxen eines rechtwinkeligen Systems, dessen Ausgangspunkt ihr

Durchschnittspunkt, die Mitte der Ellipse ist, so können wir mit Hülfe der Coordinatengleichung der Ellipse die Hornhauthöhe, d. h. die Entfernung der Basis vom Scheitel, berechnen. Die Ordinate des Randpunktes der Hornhaut sei y = dem halben Durchmesser der Basis, seine Abscisse x, so ist die Entwicklung folgende. Aus der allgemeinen Coordinatengleichung der Ellipse:

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2$$

folgt $b^2 x^2 = a^2 (b^2 - y^2)$ und

$$x = \pm \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2}$$

a — x gibt die Hornhauthöhe. Auf diese Art wurden folgende Werthe erhalten:

Beobachteter	Durchmesser der Basis	Hornhaut-Höhe	Beobachter
O. H.	11,640	2,560	Helmholtz
B. O.	11,640	2,531	„
J. H.	12,092	2,511	„
Joh. S. . . .	12,1198	2,712	Knapp
Heinr. S. . .	12,194	2,6338	„
Ferd. S. . . .	11,7176	2,8110	„
Herm. S. . .	11,3568	2,5614	„
Henr. S. . .	12,8942	3,1524	„
Mittelwerthe	11,9568	2,6841	

Es ist bekannt, dass der horizontale Durchmesser der durchsichtigen Hornhaut kleiner ist als der vertikale. Nach den Messungen, welche wir darüber auf ähnliche Weise, wie für den horizontalen Diameter, anstellten, betrug die Abnahme etwas weniger als 1 Mm im Mittel. Da die Sache für die Dioptrik des Auges von keiner Wichtigkeit ist, so führen wir sie nicht näher aus. Etwas jedoch, was sich dabei ergab, wollen wir nicht unerwähnt lassen, nämlich dass, mit einer Ausnahme, in den untersuchten Augen die Mitte

des vertikalen Durchschnittes nicht unbedeutend unterhalb des Scheitels der früher bestimmten vertikalen Ellipse fiel. Wir erklären uns dieses durch ein stärkeres Uebergreifen des limbus conjunctivae auf die durchsichtige Hornhaut an ihrem oberen Rande.

Es bleibt uns jetzt noch die Ermittelung der Brennweiten der Hornhaut übrig. Dabei legen wir den von Helmholtz zu 1,3365 bestimmten Berechnungscoëfficienten der wässerigen Feuchtigkeit, welcher mit dem Brewster'schen übereinstimmt, zu Grunde. Da die Brechung der Hornhaut mit Bezug auf das Zustandekommen des Retinalbildes nur von dem Krümmungshalbmesser ihres mittleren Theiles abhängt, so können wir ohne erhebliche Ungenauigkeit bei dieser Berechnung die Oberfläche der Hornhaut als kugelig gekrümmt mit dem Radius ihrer Mitte oder demjenigen in der Gesichtslinie annehmen. Der Brechungsindex der Hornhautsubstanz selbst weicht von dem der wässerigen Feuchtigkeit nicht merklich ab, desshalb können wir uns diese letztere bis zur äussern Cornealoberfläche fortgesetzt denken. Nennen wir nun p und p_1 die conjugirten Vereinigungsweiten einer sphärischen Fläche, welche Luft von wässeriger Feuchtigkeit trennt, und n das Brechungsverhältniss beider Medien, so ist die allgemeine Brechungsgleichung dafür

$$\frac{1}{p} + \frac{n}{p_1} = \frac{n-1}{R}.$$

Wir nennen R den Krümmungsradius des centralen Theiles der Hornhaut. Bei der Bestimmung der hinteren (in der wässer. Feuchtigkeit gelegenen) Brennweite (Hauptbrennweite), wird die vordere Vereinigungsweite $p = \infty$, also $\frac{1}{p} = 0$. Demnach ist dann p_1, welches wir für diesen Fall F_2 nennen wollen, ausgedrückt durch die Gleichung

$$F_2 = \frac{n\,R}{n-1}$$

Wird die vordere Brennweite F_1 gesucht, so wird $p_1 = \infty$, also $\frac{n}{p_1} = 0$, daher

$$p = F_1 = \frac{R}{n-1}$$

Da wir in allen von uns gemessenen Augen den Krümmungsradius im Scheitel der horizontalen Ellipse verschieden gefunden haben von dem in der vertikalen, so ergeben sich hieraus zwei hintere und zwei vordere Brennweiten.

Die erhaltenen Werthe, tabellarisch zusammengestellt, sind:

Beobachteter		In Luft F_1	In wässeriger Feuchtigkeit F_2	Beobachter
O. H.	Horiz.	21,800	29,139	Helmholtz
B. P.	„	22,715	30,361	„
J. S.	„	24,225	32,379	„
Joh. S.	„	23,095	30,859	Knapp
„	Vert.	23,341	31,195	„
Hein. S.	Horiz.	23,864	31,895	„
„	Vert.	24,534	32,782	„
Ferd. S.	Horiz.	21,294	28,459	„
„	Vert.	21,606	28,877	„
Herm. S.	Horiz.	21,413	28,559	„
„	Vert.	21,032	28,109	„
Henr. S.	Horiz.	22,349	29,870	„
„	Vert.	22,618	30,230	„
Mittelwerthe Im Scheitel.	Horiz.	22,660	30,285	
	Vert.	22,761	30,420	
	Zusammen	22,711	30,353	
In der Gesichtslinie.	Horiz.	22,620	30,232	
	Vert.	22,817	30,495	
	Zusammen	22,649	30,270	

Aus den Mittelwerthen ist ersichtlich, dass die Brennweiten im Hornhautscheitel nur unbedeutend von denen in

der Gesichtslinie abweichen. Zu bemerken ist, dass die Brennweite in der vertikalen Ellipse nicht immer etwas grösser ist, als die in der horizontalen, was der Fall zu sein scheint, wenn man nur die Mittelwerthe ansieht.

Die Form, welche ein homocentrisches Strahlenbündel nach seiner Brechung durch eine oder mehre beliebig krumme, nicht sphärische Trennungsflächen annimmt, hat Hrn. Sturm (Poggendorff's Annal. Bd. 65. 1845) auf mathematischem Wege bestimmt. Eine kurze und leicht fassliche Darstellung dieser Erscheinungen findet sich in A. Fick's Med. Physik pag. 326 und Helmholtz's Physiol. Opt. p. 142). Wir wollen hier nur so viel anführen als zur Beurtheilung des Einflusses, welchen die Asymmetrie der Hornhaut, wie wir sie in den gemessenen Augen gefunden haben, auf die Strahlenbrechung im Auge ausübt, nöthig ist. Wenn ein homocentrisches Strahlenbündel durch eine kleine kreisförmige Oeffnung (MONP, Fig. VIII) auf die convexe Seite einer gekrümmten Trennungsfläche fällt, deren verschiedene Meridianencurven (MN, OP, etc.) ungleiche Krümmungshalbmesser haben, so bleibt das gebrochene Strahlenbündel nicht homocentrisch, sondern seine Oberfläche stellt eine sog. windschiefe Fläche (surface gauche) dar, deren Durchschnitte von der brechenden Fläche bis zum Brennpunkte (f_1) der am stärksten gekrümmten Meridiancurve (OP) Ellipsen mit beständig wachsender Excentrizität sind, bis die im Punkte f_1 zu liegende Ellipse eine gerade Linie geworden ist, welche in der Ebene (MN f_2) der am schwächsten gekrümmten Meridiancurve liegt und senkrecht auf der Ebene OP f_1 steht. Darauf bilden die Querschnitte immer noch Ellipsen, aber mit beständig abnehmender Excentrizität, bis einer derselben, ungefähr in der Mitte zwischen f_1 und f_2, einen Kreis darstellt; dann werden sie wieder Ellipsen, deren grosse Axe jedoch jetzt senkrecht auf derjenigen der vorhergehenden steht, und deren Excentrizität wieder so lange stetig wächst, bis die im Punkte f_2 zu liegende Ellipse sich zu einer geraden Linie zusam-

mengezogen hat, welche in der Ebene OP f_1 liegt und senkrecht auf der Ebene MN f_2 steht. Das Bereich zwischen f_1 und f_2 zeigt die grösste Verdichtung der Strahlen und wird desshalb von Sturm Brennstrecke (intervalle focal) genannt. Die beiden Punkte f_1 und f_2 heissen Brennpunkte. Nehmen wir an, unter den Meridiancurven der Hornhaut besässen die horizontale und vertikale die grösste Krümmungsdifferenz (was jedoch wohl nur bei den wenigsten Augen der Fall sein mag), so können wir an den gemessenen Hornhäuten die Länge der Brennstrecke aus den uns bekannten hinteren Brennweiten finden. Sie beträgt bei:

Joh. S.	0,336 Mm	0,491 Mm im Mittel.
Heinr. S.	0,887 „	
Ferd. S.	0,418 „	
Herm. S.	0,450 „	
Henr. S.	0,360 „	

Wenn nun, wie man annehmen kann (denn die Entfernung der Brennpunkte der rothen und violetten Strahlen im Auge beträgt 0,6 Mm), in jedem Querschnitt der Brennstrecke die Verdichtung der Strahlen so bedeutend ist, dass dadurch ein deutliches Bild entsteht, so folgt daraus, dass die Netzhaut sich auch jedes Querschnitts derselben zur Auffassung eines abgebildeten Gegenstandes bedienen kann. So lange also ein Theil der Brennstrecke auf die Netzhaut fällt, ist das Auge accommodirt. Gesetzt nun der hintere Brennpunkt der Brennstrecke eines leuchtenden Punktes läge in der Netzhaut, so muss auch zu gleicher Zeit nicht nur derjenige leuchtende Punkt deutlich gesehen werden, welcher dem Auge um soviel näher liegt, dass der vordere Brennpunkt seiner Brennstrecke in der Netzhaut liegt, sondern auch alle zwischen diesen beiden leuchtenden Punkten befindlichen Objekte. Dieses Bereich könnte man die gleichzeitige Accommodationsbreite nennen. Der numerische Ausdruck für dieselbe, welchen man nach Th. Young und Donders erhält, indem man die Accommodationsbreite des Auges durch Vergleichung mit

der Brechkraft einer Linse unabhängig von der Sehweite macht, beträgt im Mittel der 5 Bestimmungen $^1/_{1456}$ Mm ($=^1/_{53,7}$ Par. Zoll). Da wir uns hier nur mit der Hornhaut beschäftigen, so setzen wir die Symmetrie der übrigen Trennungsflächen des Auges voraus. Die Grösse der Asymmetrie sämmtlicher Trennungsflächen ist von Th. Young und Helmholtz, besonders aber von A. Fick studirt worden. Es zeigt sich nämlich, dass fast bei jedem Auge die Nah- und Fernpunkte des deutlichen Sehens horizontal und vertikal divergirender Strahlen in verschiedener Entfernung vom Auge liegen.

Innerhalb der Accommodationsgrenzen treten diese Erscheinungen weniger hervor. „Sobald man einen schwarzen Punkt einigermassen vom Auge abrückt in Entfernungen, für die sich das Auge ohne grosse Anstrengung anpasst, so bemerkt man an ihm keine auffallende Verzerrung, weder in die Länge noch in die Breite. Auch sieht man in solchen Entfernungen feine Linien, welche sich in einer vertikalen Ebene kreuzen, mit merklich gleicher Schärfe“ (A. Fick). Nach in diesem Sinne angestellten Versuchen ergab sich, dass gleichzeitig deutlich gesehen wurden von

Th. Young horizontal divergirende Strahlen eines leuchtenden Punktes in 213 Mm, vertikal diverg. in 304 Mm Entfernung
A. Fick vertik. Linien „ 4,6 Mt, horizontale in 3 Mt Entfernung
H. Helmh. „ „ „ 0,65 Mt, „ „ 0,54 Mt „ *)

Die Asymmetrie des ganzen Auges zeigte sich also hier ebensowenig immer in demselben Sinne, als diejenige der von uns gemessenen Hornhäute, indem der Brennpunkt der horizontalen Strahlen bei Th. Young vor dem der vertikalen lag, während bei A. Fick und H. Helmholtz das umgekehrte Verhältniss Statt fand. Vergleicht man diese Unterschiede mit der Brechkraft einer vor das Auge gesetzten Convexlinse, welche die Entfernungen, in denen wagrechte und

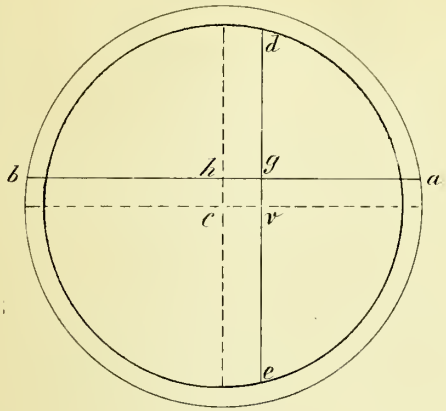
*) Siehe Helmholtz, l. c.

lothrechte Linien gleichzeitig deutlich gesehen wurden, zu conjugirten Vereinigungsweiten hat, so ist der numerische Ausdruck der gleichzeitigen Accommodationsbreite bei Th. Y. = $^1/_{700}$ Mm, bei A. F. = $^1/_{8600}$ Mm und bei H. H. = $^1/_{3190}$ Mm. Die beiden extremen Werthe, welche die Asymmetrie der Hornhaut in den von uns gemessenen Augen zeigt, sind gleich zu setzen einer Linse von $^1/_{2149}$ und $^1/_{882}$ Mm Brechkraft. Die Werthe für die Asymmetrie des ganzen Auges zeigen sich demnach bei A. F. u. H. H. kleiner als der Minimalwerth, welchen wir für die Asymmetrie der Hornhaut allein gefunden haben; dagegen ist er bei Th. Y. grösser als unser Maximalwerth. Man sieht mithin, dass diese Ausdrücke für die Asymmetrie des Gesammtauges, welche aus Gesichtswahrnehmungen, und diejenigen für die Asymmetrie der Hornhaut, welche aus direkten Messungen abgeleitet wurden, immerhin unter einander vergleichbare Grössen darstellen. Daraus folgt der Schluss, dass die Asymmetrie der Hornhaut jedenfalls in vielen Augen im ursächlichen Zusammenhange mit den genannten Gesichtswahrnehmungen ist. Wenn auch Th. Y. den Einfluss der Hornhaut dadurch eliminirte, dass er dieselbe hinter Wasser brachte, wobei der Unterschied der Vereinigungsweiten für horizontale und vertikale Linien bestehen blieb, so folgt daraus noch nicht, dass dieses bei allen Augen der Fall ist, denn es ist ja möglich, dass er eine sehr symmetrische Hornhaut hatte. Wäre es möglich gewesen, derartige Sehversuche an den von uns gemessenen Augen zu machen (und es kann bei geeigneten Individuen nicht schwer sein), so hätte sich ermitteln lassen, in wie weit bei denselben die Asymmetrie der Hornhautoberfläche durch diejenige des Krystallkörpers compensirt oder vermehrt war.

Berichtigungen.

Im Vorwort		Zeile	2	v. oben	lies ein statt einen
Seite	5	„	1	„ „	brechenden statt berechnenden
„	19	„	18	„ „	$\sin 2\varphi$ statt $2 \sin \varphi$
„	23 Col.5	„	6	„ „	7,6333 statt 7,4333
„	24	„	4	„ unten	„ Henr. statt Hr.
„	27	„	11	„ oben	„ „ „
„	28	„	1	„ unten	„ untersuchen statt unterscheiden
„	30 Col.3	„	7	„ oben	„ $3^0\,1'$ statt $4^0\,1'$
„	31	„	2	„ „	„ α_1 statt α

Fig. 4.



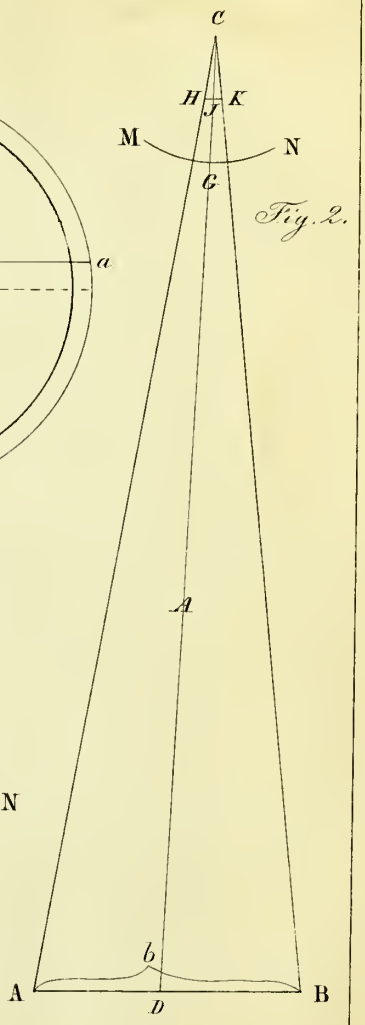
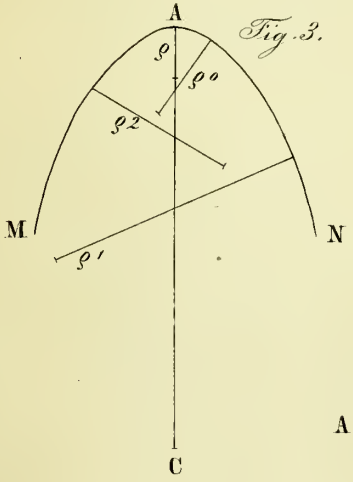


Fig. 2.

Fig. 3.



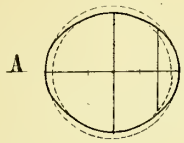


Fig. 5.

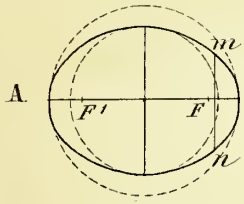
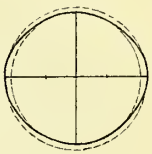


Fig. 6.



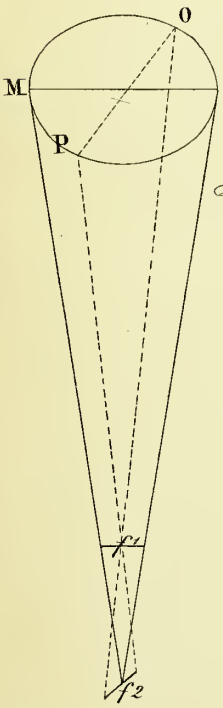


Fig. 8.

Fig. 7.

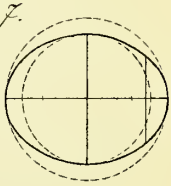
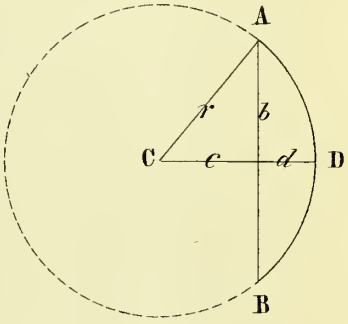


Fig. 1.



Druck von G. Mohr in Heidelberg.